

A Matemática da Mecânica Quântica

Ronaldo Thibes

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

RESUMO

Apresentaremos os conceitos matemáticos essenciais à compreensão da Mecânica Quântica. Estruturas algébricas tais como grupos, anéis, corpos e álgebras serão definidas, exemplificadas e contextualizadas na Mecânica Quântica. Em particular investigaremos algumas propriedades de espaços vetoriais sobre o corpo dos complexos, bem como transformações lineares, operadores, autovetores e autovalores. Discutiremos a representação de sistemas físicos na Mecânica Quântica, o papel do observador, conceito de medida e a evolução dinâmica de vetores de estado (representação de Schrödinger) ou de operadores (representação de Heisenberg). Será enfatizada uma necessária interação entre Matemática e Física como diferentes áreas de conhecimento e de diferentes métodos de trabalho mas com uma vasta intersecção entre seus objetos de estudo.

Procuraremos fornecer a graduandos em Matemática uma base de conhecimento sobre o que é a Mecânica Quântica. Trata-se de uma área de conhecimento de grande importância na Física Contemporânea tradicionalmente considerada de difícil compreensão devido à matemática envolvida. Com certeza a Mecânica Quântica é um terreno fértil para aplicação de vários conceitos matemáticos abstratos, em particular da Álgebra, coroando com sucesso o método axiomático dedutivo.

PALAVRAS-CHAVE

álgebra; álgebra linear; mecânica quântica

INTRODUÇÃO

A base para um bom entendimento da Mecânica Quântica encontra-se numa sólida

compreensão de conceitos matemáticos, principalmente de Álgebra Linear. Neste mini-curso abordaremos a maior parte de tais conceitos matemáticos necessários à compreensão da Mecânica Quântica.

A Mecânica Quântica é uma das principais teorias da física contemporânea, desenvolvida no século XX em conjunto por um grupo independente de vários pesquisadores. Seu principal escopo de atuação compreende o estudo do comportamento de matéria e energia em escalas atômicas e subatômicas. Grande partes das modernas tecnologias de nosso mundo atual é baseada na Mecânica Quântica. Apesar do enorme e inegável sucesso desta teoria na previsão explicação e previsão de vários fenômenos, e de sua atual aceitação incontestável em seu domínio de validade por toda a comunidade científica, em geral a Mecânica Quântica é de difícil compreensão fora da comunidade de físicos. Tal fato se deve a pelos menos dois aspectos: (i) as bases da Mecânica Quântica encontram-se em teorias matemáticas de nível intermediário e avançado e (ii) as interpretações dos resultados da Mecânica Quântica são envoltas em conceitos “filosóficos” e “exotéricos” pela mídia e divulgadas erroneamente para o público leigo. Considerando um público alvo de estudantes de matemática, o primeiro aspecto acima mencionado deixa de existir, enquanto o segundo, por ser um pouco uma consequência do primeiro, pode ser, pelo menos parcialmente, remediado.

JUSTIFICATIVA

Usualmente espera-se que ao final de um curso de graduação em matemática, bacharelado ou licenciatura, o graduado domine amplamente os conceitos matemáticos abordados nas partes I e II (discriminadas abaixo) do presente mini-curso. Contudo, devido a problemas de notação e outras dificuldades de comunicação entre a comunidades de físicos e matemáticos (além do falso “exoterismo” acima mencionado que parece permear a Mecânica Quântica), é comum que muitos graduados em matemática mantenham um total desconhecimento desta importante área da física contemporânea. Um dos objetivos do presente mini-curso é reverter tal quadro, proporcionando ao futuro matemático uma oportunidade de ampliar seus horizontes penetrando num rico campo da ciência moderna no qual poderá aplicar e exemplificar

seus conhecimentos abstratos e eventualmente contribuir com novas idéias.

Para o futuro professor de matemática, é essencial conhecer uma das mais belas aplicações da Matemática Moderna que é a Mecânica Quântica, com o intuito de saber por que ensinar uma matemática cada vez mais abstrata. Por exemplo, quando alunos de ensino médio perguntam a seus professores de matemática para que servem conceitos tais como números complexos e matrizes, muitos professores ficam simplesmente sem saber o que responder. Entendendo um pouco da Mecânica Quântica tal resposta pode ser fornecida pelo professor com convicção e conhecimento de causa, podendo inclusive aprofundar sua resposta para alunos porventura mais interessados e talvez potenciais futuros matemáticos ou físicos.

METODOLOGIA

O mini-curso terá caráter eminentemente expositivo. Os tópicos e conceitos principais serão introduzidos através de projeção de material em pdf ou power-point. Alguns exemplos poderão ser trabalhos no quadro branco. Os participantes serão altamente estimulados a contribuírem com perguntas e comentários que serão discutidas pelo expositor.

O conteúdo programático encontra-se assim subdividido:

PARTE I – Alicerce Matemático

- 1 – Estruturas Algébricas
- 2 – Espaços Vetoriais
- 3 – Transformações Lineares

PARTE II – Álgebra Linear

- 4 – Álgebras
- 5 – Operadores
- 6 – Autovetores e Autovalores

PARTE III – Mecânica Quântica

- 7 – Descrição de Sistemas Físicos
- 8 – Dinâmica Quântica
- 9 – Aplicações da Mecânica Quântica

Uma atenção especial à notação será dispensada. Isto é, os conceitos matemáticos introduzidos nas partes I e II utilizarão a mesma notação da Mecânica Quântica abordada na parte III. Em particular a notação de bra-c-ket de Dirac será introduzida logo na definição de espaços vetoriais. Sempre que possível as definições e conceitos trabalhadas nas partes I e II serão imediatamente exemplificadas conforme serão posteriormente aplicadas na Mecânica Quântica.

Embora seja esperada uma certa dose de maturidade e experiência matemática (a nível de graduação) dos participantes, o mini-curso é totalmente auto-consistente no sentido de que todos os conceitos utilizados serão devidamente definidos e exemplificados.

BIBLIOGRAFIA

- J. J. Sakurai - “Modern Quantum Mechanics” - Revised Edition – Addison Wesley (1994)
- C. C. Cohen-Tannoudji, B. Diu e F. Laloe - “Quantum Mechanics” - vols. 1 e 2 - Wiley-Interscience (2006)
- S. Hassani - “Mathematical Physics” - Springer (2006)
- P. Halmos - “Finite-Dimensional Vector Spaces” - Van Nostrand (1958)
- S. Axler - “Linear Algebra Done Right” - Springer-Verlag (1996)
- G. Birkhoff e S. MacLane - “A Survey of Modern Algebra” - AKP Classics (1997)
- A. Gonçalves - “Introdução à Álgebra” - IMPA – (1999)

INFORMAÇÕES ADICIONAIS

Carga-horária: 06 horas

Público-alvo: Primordialmente alunos de graduação em matemática (bacharelado ou licenciatura). Alunos de áreas afim com interesse no tema também poderão tirar proveito do mini-curso, em particular das áreas de física, química e engenharia.

Material necessário: quadro branco e pincéis, data-show, computador ou notebook capaz de abrir arquivos em pdf e power-point (SO Linux ou Windows)